Exercice 1(QCM)

Dans l'espace rapporté un repère orthonormal $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j}\ ;\ \vec{k})$,

on donne le point S(1 ; -2 ; 0) et le plan $\mathscr{P}$ d'équation x + y - 3z + 4 = 0.

1) Une représentation paramétrique de la droite D passant par le point S et perpendiculaire au plan $\mathscr{P}$ est :

$A : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 - 2t, t \in \mathbb{R} \\ z = -3 \end{cases}$ $\quad B : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + t, t \in \mathbb{R} \\ z = 1 - 3t \end{cases}$ $\quad C : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 - 2t, t \in \mathbb{R} \\ z = 3t \end{cases}$ $\quad D : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + t \ , t \in \mathbb{R} \\ z = -3 - 3t \end{cases}$

2) Les coordonnées du point d'intersection H de la droite D avec le plan $\mathscr{P}$ sont :

$A : (-4;0;0)$ $\quad B : \left(\frac{6}{5};\frac{-9}{5};\frac{-3}{5}\right)$ $\quad C : \left(\frac{7}{9};\frac{-2}{3};\frac{1}{3}\right)$ $\quad D : \left(\frac{8}{11};\frac{-25}{11};\frac{9}{11}\right)$

3) La distance du point S au plan $\mathscr{P}$ est égale à (Indication : déterminer les coordonnés du le projeté orthogonal de S sur $\mathscr{P}$)

$A : \frac{\sqrt{11}}{3}$ $\quad B : \frac{3}{\sqrt{11}}$ $\quad C : \frac{9}{\sqrt{11}}$ $\quad D : \frac{9}{11}$

Exercice 2

Soit $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ un repère orthonormé de l'espace. On considère les points $A(2\ ;4\ ;1)$, $B(0\ ;4\ ;-3)$, $C(3\ ;1\ ;-3)$, $D(1\ ;0\ ;-2)$, $E(3\ ;2\ ;-1)$, $I\left(\frac{3}{5}\,;4\,;-\frac{9}{5}\right)$.

Pour chacune des cinq affirmations suivantes, dire, sans le justifier, si elle est vraie ou si elle est fausse.

1)Une équation du plan (ABC) est : $2x + 2y - z - 11 = 0$.
2)Le point E est le projeté orthogonal de D sur le plan (ABC).
3)Les droites (AB) et (CD) sont orthogonales.

4)La droite (CD) est donnée par la représentation paramétrique suivante : $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -1 + t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 - t \end{cases}$.

5)Le point I est sur la droite (AB).

Exercice 3

$(O\,,\vec{\imath}\,,\vec{\jmath}\,,\vec{k})$ un repère orthonormé de l'espace. Soient les points :

A(2, −3,4) ; B(3,1, 2) et le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

1) Donner une représentation paramétrique de la droite D passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$
2) Déterminer une équation cartésienne du plan P passant par B et perpendiculaire à D.
3) Soit H le projeté orthogonal de A sur P.
 a) Déterminer les coordonnées de H.

b) Calculer la distance de A au plan P.

4) a) Quel est le projeté orthogonal de B sur D.

b) Calculer la distance de B à la droite D.

Exercice 4

$(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ un repère orthonormé de l'espace.

Soient les plans P: $2x - y + z + 1 = 0$ et Q: $y + z - 8 = 0$

1) Montrer que P et Q sont perpendiculaires.

2) Soit le point A $(-1, 5,3)$.

a) Vérifier que A est point de Q.

b) Déterminer la distance du point A au plan P.

Exercice 5

L'espace est rapporté au repère orthonormal $(O ; \vec{i} ; \vec{j} ; \vec{k})$.

On considère le plan P d'équation 2x + y - 2z + 4 = 0 et les points A (3 ; 2 ; 6), B (1 ; 2 ; 4) et C (4 ; -2 ; 5).

1. a. Vérifier que les points A, B et C définissent un plan,

1. b. Vérifier que ce plan est le plan P.

2. a. Montrer que le triangle ABC est rectangle.

2. b. Ecrire un système d'équation paramétriques de la droite Δ passant par O et perpendiculaire au plan P.

2. c. Soit K le projeté orthogonal de O sur P.

Déterminer les coordonnées du K puis calculer la distance OK.

2. d. Calculer le volume du tétraèdre OABC.

Exercice 6

Dans l'espace muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i} ; \vec{j} ; \vec{k})$,

on donne les points A (2 ; 1 ; 3), B(-3;-l;7) et C(3;2;4).

1. Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.

2. Soit (d) la droite de représentation paramétrique

$$\begin{cases} x = -7 + 2t \\ y = -3t \\ z = 4 + t \end{cases} \qquad (t \in \mathbb{R})$$

a) Montrer que la droite (d) est orthogonale au plan (ABC).

b) Donner une équation cartésienne du plan (ABC).